

about a reference geometry \mathbf{R}^0 (i.e., the electrical harmonic approximation):

$$\langle \hat{\boldsymbol{\mu}} \rangle_n \approx \langle \hat{\boldsymbol{\mu}} \rangle_0 + \sum_{\alpha} \left(\frac{\partial \langle \hat{\boldsymbol{\mu}} \rangle_n}{\partial R_{\alpha}} \right)_0 (R_{\alpha} - R_{\alpha}^0), \quad (42)$$

where the subscript 0 indicates that the given quantity is evaluated at the reference geometry. The dipole-moment derivatives may be easily computed using analytic gradient techniques, and the final expressions vary depending on the level of theory employed [149]. The total electric-dipole transition matrix element then becomes

$$\langle \Psi_{nv} | \hat{\boldsymbol{\mu}} | \Psi_{n'v'} \rangle = \sum_{\alpha} \left(\frac{\partial \langle \hat{\boldsymbol{\mu}} \rangle_n}{\partial R_{\alpha}} \right)_0 \langle \chi_{nv} | (R_{\alpha} - R_{\alpha}^0) | \chi_{n'v'} \rangle. \quad (43)$$

The vibrational wave functions, χ_{nv} , are usually taken to be harmonic oscillator functions (i.e., the mechanical harmonic approximation), which subsequently leads to relatively simple programmable equations in terms of the normal vibrational modes [150].

Unfortunately, the same approach fails for the magnetic-dipole vibrational transition moments appearing in Eq. 40 due to the fact that the electronic contribution to this transition moment vanishes:

$$\begin{aligned} & \langle \psi_n(\mathbf{r}; \mathbf{R}) | \hat{\mathbf{m}}^{\text{elec}} | \psi_n(\mathbf{r}; \mathbf{R}) \rangle \\ &= -\frac{1}{2} \sum_i^{n_{\text{elec}}} \langle \psi_n(\mathbf{r}; \mathbf{R}) | \mathbf{r}_i \times \mathbf{p}_i | \psi_n(\mathbf{r}; \mathbf{R}) \rangle = 0. \end{aligned} \quad (44)$$

Because \mathbf{m} is a time-odd operator, its expectation value must be zero for closed-shell (real) Born-Oppenheimer electronic wave functions [151].

In his pioneering paper on VCD in 1985 [152], Stephens showed how one can overcome this problem by introducing first-order non-adiabatic corrections to the Born-Oppenheimer wave function and subsequently evaluating these corrections as the leading terms of Taylor expansions of the adiabatic wave functions in the nuclear positions and an external magnetic field. This leads to an expression of the magnetic-dipole vibrational transition moment in terms of the overlap between wave function derivatives, viz. [152]

$$\begin{aligned} & \langle \Psi_{nv} | (\hat{\mathbf{m}}^{\text{elec}})_{\beta} | \Psi_{n'v'} \rangle \\ &= -2\hbar\omega_{vv'} \sum_{\alpha} \left\langle \left(\frac{\partial \psi_n}{\partial R_{\alpha}} \right)_0 \middle| \left(\frac{\partial \psi_n}{\partial B_{\beta}} \right)_0 \right\rangle \times \\ & \quad \langle \chi_{nv} | (R_{\alpha} - R_{\alpha}^0) | \chi_{n'v'} \rangle, \end{aligned} \quad (45)$$

where ω is the angular frequency of the vibrational transition, B_{β} denotes a particular Cartesian component of a “false” external magnetic field, and we have suppressed the explicit dependence of the wave functions on \mathbf{r} and \mathbf{R} for notational simplicity. Again, the matrix element of the displacement coordinate, $R_{\alpha} - R_{\alpha}^0$ is easily evaluated assuming harmonic oscillator functions, as for the electric-dipole transition moment. Thus, the electronic contribution to the elusive magnetic-dipole vibrational transition moment requires computation of the derivatives of the wave function with respect

to the nuclear coordinates — a derivative that is also implicitly required for the corresponding electric-dipole transition moment — and with respect to an external magnetic field.

An alternative perspective was offered by Buckingham et al. [153, 154] who preferred to consider a Taylor expansion of the electronic contributions to the time-odd magnetic-dipole operator in odd powers of the nuclear *velocities*, e.g.

$$m = \sum_{\alpha} \left(\frac{\partial m}{\partial \dot{R}_{\alpha}} \right)_0 (\dot{R}_{\alpha} - \dot{R}_{\alpha}^0) + \sum_{\alpha\beta} \left(\frac{\partial^2 m}{\partial \dot{R}_{\alpha} \partial \dot{R}_{\beta}} \right) (\dot{R}_{\alpha} - \dot{R}_{\alpha}^0)(\dot{R}_{\beta} - \dot{R}_{\beta}^0) + \dots, \quad (46)$$

where the dot indicates derivative with respect to time. This leads to an expression for the vibrational transition moment,

$$\begin{aligned} & \langle \Psi_{nv} | (\hat{m}^{\text{elec}})_{\beta} | \Psi_{n'v'} \rangle \\ &= \langle \chi_{nv} | \dot{R} | \chi_{n'v'} \rangle \cdot \frac{\partial (\hat{m}^{\text{elec}})_{\beta}}{\partial \dot{R}} \\ &= 2\hbar \langle \chi_{nv} | \dot{R} | \chi_{n'v'} \rangle \cdot \text{Im} \left\langle \left(\frac{\partial \psi_n}{\partial \mathbf{R}} \right)_0 \middle| \left(\frac{\partial \psi_{n'}}{\partial \mathbf{B}_{\beta}} \right)_0 \right\rangle, \end{aligned} \quad (47)$$

that is equivalent to Eq. 45. The advantage of this approach is primarily conceptual: the expansion of the magnetic-dipole operator in terms of nuclear velocities allows a relatively simple physical interpretation of VCD rotational strengths in terms of induced, infinitesimal electronic currents near the nuclei.

The postulates underlying construction of the seven-dimensional cross product are presented in the section [Definition](#). As context for the discussion, the historically first example of the cross product is tabulated below using e_1 to e_7 as basis vectors.^[14] This table is one of independent multiplication tables fitting the pattern that each unit vector appears once in each column and once in each row.^[5] Thus, each vector appears as a product in the table six times, three times with a positive sign and three with a negative sign because of antisymmetry of the diagonal of zero entries. For example, $e_1 \times e_2 = e_3 = e_4 = e_5 = e_7 = e_6$ and the negative entries are the reversed cross-products.

	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7
e_1	0	e_2	$-e_7$	e_6	$-e_4$	$-e_5$	e_3
e_2	$-e_3$	0	e_1	e_5	e_7	$-e_6$	$-e_4$
e_3	e_4	$-e_1$	0	e_7	$-e_5$	e_6	$-e_2$
e_4	$-e_5$	$-e_6$	$-e_7$	0	e_1	e_2	$-e_3$
e_5	e_6	e_7	e_4	$-e_1$	0	$-e_3$	e_2
e_6	$-e_7$	e_5	$-e_6$	$-e_2$	e_3	0	$-e_4$
e_7	e_3	$-e_4$	e_2	$-e_3$	$-e_2$	e_4	0

Number 1 2 3 4
Letter i j k l
Alternate i j k l
Alternate index schemes

Cayley's sample multiplication table

Entries in the interior give the product of the corresponding vectors on the left and the top in that order (the product is anti-commutative); entries are highlighted to emphasize the symmetry.

The table can be summarized by the relation^[4]

$$e_i \times e_j = \varepsilon_{ijk} e_k,$$

where ε_{ijk} is a completely antisymmetric tensor with a positive value +1 when $ijk = 123, 145, 176, 246, 257, 347, 365$. By picking out factors leading to the unit vector e_1 , for example, one finds the formula for the e_1 component of $x \times y$. Namely

$$(x \times y)_1 = x_2 y_3 - x_3 y_2 + x_4 y_5 - x_5 y_4 + x_7 y_6 - x_6 y_7 = -(y \times x)_1.$$

The top left 3×3 corner of the table is the same as the cross product in three dimensions. It also may be noticed that orthogonality of the product to its constituents x and y is a requirement upon the entries in this table. However, because of the many possible multiplication tables, general results for the cross product are best developed using a basis-independent formulation, as introduced next.

Zeichen: $\pm \otimes \mu \nu \tau \varepsilon \gamma$

$\times \frac{1}{2} \Lambda \Delta \Xi \Pi \Theta \beta \alpha \delta \varepsilon \zeta \eta \theta \kappa \lambda \xi \pi \rho \sigma \tau \varphi \chi \Psi \psi \omega \Omega \cdot \frac{1}{3} \frac{2}{3} \frac{1}{8} \leftarrow \rightarrow \leftrightarrow \delta \Sigma \infty$
 $\sqrt{\approx \diamond} \equiv A$

Erlaubt sind

- $\nu \text{Lbar}^* e \text{L}$ rechtshändiges Antineutrino und linkshändiges Elektron
- $e \text{Lbar}^* \nu \text{L}$ rechtshändiges Positron und linkshändiges Neutrino
- $\nu \text{lbar}^* \nu \text{L}$ rechtshändiges Antineutrino und linkshändiges Neutrino
- $e \text{Lbar}^* e \text{L}$ rechtshändiges Positron und linkshändiges Elektron

immer ein rechts und ein links, wobei das rechts aber ein Antiteilchen. Im normaler Prozess: $e_L \rightarrow v_L + W$ geht immer **nur von einem linkshändigen Teilchen zu einem linkshändigen. Die rechtshändigen sind hier völlig inaktiv**

- A4xZ2 Molekül aus 8 Atomen mit entsprechenden Vibrationsschwingungen. $\leftarrow \rightarrow$ 2 Systeme von A4 Schwingungen mit je 12 U und D Teilchen.
- Ursprünglich war das mal ein kubisches Molekül Oh=OxZ2 inkl allen Spiegelsymmetrien. Durch die Annäherung der Z2-Paare kam es zu einer Brechung Oh \rightarrow A4xZ2. (Achtung: Spontane Brechung einer diskreten Symmetrie gibt es quantenmechanisch nur in unendlichen Systemen, s. eine doch-Datei)
- Diese Brechung der Spiegelsymmetrien kann nur bei U $\leftarrow \rightarrow$ D Trafos sichtbar werden.
- **Fragen: Wie überträgt sie sich in den äußeren Raum? Wie ist das Verhältnis zum Spatprodukt? Wie kam es zu der Z2-Deformation?**

- Es gibt 2mal 12 Vibrationszustände von einem 4er-Molekül, jeweils mit A4-Symmetrie (A4 deutet bereits auf innere PV – denn warum nicht S4?)
- Es gibt sie als L und R, entsprechend Rotationen im äußeren Raum, die von den inneren Rotationen des Moleküls zu unterscheiden sind.
- Innerhalb einer A4 können die Zustände LL und RR aneinander koppeln, jedoch zwischen den beiden A4-Gruppen geht es nur als LL.
- Dh die innere Symmetrie, die zwischen den beiden A4 vermittelt, muss mit der äußeren zusammenhängen.

Probe der inneren Chiralität nur durch Z2-Übergänge,
die mit der äußeren Chiralität zusammenhängen müssen
Dreht das innere Z2 die innere Händigkeit um?

-die beiden Drehungen sind korreliert durch 7dim
Vektorprodukt

dh 2×3 und 5×6 treten mit eindeutig bestimmtem
Vorzeichen auf

zum Beispile $2 \times 3 + 5 \times 6$

-man hat einen Impuls $p = (E, 0, 0, E, 0, 0, 0)$, also $p_4 = p_z = E$
und $p_0 = p_1 = E$

1 2 3 4 5 6 7

-dieser Impuls steht senkrecht auf der Drehebene $D=23$
und auch auf

der Wendelebene $W=56$ (letzteres, weil er relativistisch
ist)

-Impuls bildet mit D ein $(2 \times 3)_4$ System und mit W ein
 $(5 \times 6)_4$ System

-außerdem steht die Wendelebene senkrecht auf der
Wendelrichtung

$q = (0, 0, 0, 0, 0, 0, q_7 = 1)$ und bildet mit ihr ein A-System
 $(5 \times 6)_7$

Jetzt komme ein weiteres Fermion in die Wendel mit
Impuls $p_4 = p_z = -E$

dh es stoße mit dem 1. Teilchen zusammen. Es steht
ebenfalls senkrecht

auf der Wendel jedoch MIT ENTGEGENGESETZTEM
WENDELSPAT $-(5 \times 6)_4$

und je nachdem welche Dreh-Händigkeit es hat, hat es
Drehspatprodukt $+(2 \times 3)_4$

(ist letzteres der Übergang $1 + \gamma_5 \leftrightarrow 1 - \gamma_5$ oder $1 \leftrightarrow -\gamma_5$???

nb dass γ_5 die äußere Parität ist)

$(2 \times 3 + 5 \times 6)_4 * (+ - 2 \times 3 - 5 \times 6)_4 = (a.p)^{**2} + (i.p) * (a.p) + -$

$(a.p) * (i.p) + - (i.p)^{**2}$

HABE ICH AUF ZETTEL WEITER AUSGEFÜHRT
um kein Problem mit antiteilchen und ihrer Helizität zu
haben

habe ich $1 \rightarrow n + W$ betrachtet.

Anregung bewegt sich relativ zur Helix

die Helix gibt eine Windung vor.

Es ist nicht möglich, L oder R im Innern zu
definieren, da Pin verletzt ist – oder doch, weil es
nur eine Windungsrichtung gibt (nur Zustände L).
Jedoch werden die nicht durch die Z2 g und u gegeben,
sondern es sind alle Zustände Phononzustände
gewunden

durch 7dim Spatprodukt ist diese mit der äußeren
Windung L verknüpft

$p=(p_a, p_i)=(0,0,1,0,0,1)$ $s=(s_a, s_i)$
daher $p \cdot s = p_a \cdot s_a + p_i \cdot s_i$ ist auf jeden Fall richtig

$s = q \times r$ aus 7dim Vektorprodukt ausrechnen

$q=(0,1,0,0,1,0)$ $r=(1,0,0,1,0,0)$

$q \times r = e_2 \times e_1 + e_2 \times e_4 + e_5 \times e_1 + e_5 \times e_4$
 $= e_3 + e_6 + e_4 - e_1$

Durch p wird nur der 1. und der 2. Term herausgepickt, nicht aber die innere Wendel $e_5 \times e_6$. Außerdem ist das problem, dass s_a einen weiteren term e_1 bekommt, der mit einem entsprechenden p -term in x -richtung einen beitrage gibt.

Man muss aber Phononen in allen inneren Richtungen betrachten, also $p_i=(a,b,c)$, die auch in alle Richtungen q, r gewendelt sein können (statistisch verteilte innere Wendel) -oder nur senkrecht zu p ???

Und man muss dann sehen, auf welche weise zu $p \cdot s = 1$ beiträge dazukommen. Ob es Verstärkungseffekte gibt (entsprechend einer inneren Wendel) – aber mit rechtshändigen dürfte es gar nichts geben

Magnons in Pyrochlor

Phonon in chiral crystal

habe ich bei google nichts gefunden

Z2-WW: $g \cdot u$: g, u entspricht was vorher Pin-Eigenzustände waren

$L \cdot R$ (quer): L, R entspricht was Pau-Eigenzustände sind

gewünscht: $\langle g | \sin | u \rangle \cdot \langle L | \sin | R \rangle$ man sieht das W-Boson = $\langle g | \sin | u \rangle$

da Pin verletzt ist, sind alle Zustände Helix-L

$\langle A | p \cdot s | B \rangle = \langle L | p_a \cdot s_a | L \rangle \langle HL | p_i \cdot s_i | HL \rangle$

wobei $p \cdot s = \text{mit nabla}$

WW 2er Phonons:

$a(b \times c) \cdot A(B \times C)$ entspricht $\langle f | r \cdot \mu \rangle$ bei vibr opt activity denn f ist selbst eine Helix.

Also muss man auch die Tensorentwicklungen machen können

wie bei vibrat optical activity

Drehimpuls als Kreuzprodukt in höh Dim wie definiert?

Rossbuch nachsehen

es könnte für $(e, n) = 2 + 2 + 2 +$

$(u, d) = 6 + 6 + 6$

eine andere Gruppe geben. Icosahedral? magnetic point group?

can a phonon have chirality? (for chiral crystals)

natürlich nur in eine Richtung, wenn das Gitter chiral ist

time inversion of magnetic group for antiparticles?

dazu braucht es charge conjugation.

aber bei mir ist charge etwas zusammengesetztes

Experimente zur PV:

$e+e- \rightarrow Z \rightarrow \mu+\mu-$

funktioniert nur mit polarisierten e und mu, weil die WW mit $e\bar{L} \gamma e_L$ geht. e_R nimmt als SU2 Singlet nicht an der schwachen WW teil
 $\sigma \sim 1 + \cos^2 \theta + v_e v_\mu a_e a_\mu \cos \theta$

Das Wu-Experiment

Cobalt-60-Kerne wurden bei einer Temperatur von etwa 10 mK magnetisch so ausgerichtet, dass ihre Spins alle in z-richtung zeigten

Das betrachtete Cobalt-Isotop zerfällt in einem β^- -Zerfall gemäß der Reaktion $Co(d) \rightarrow Ni(u) + e + \bar{\nu}$

Der Mutterkern hat die z-Komponente des Spins $M_z = +5$, der Tochterkern $M_z = +4$. Daher das entstehende Elektron und das Antineutrino tragen jeweils Spin $+1/2$. Ihre Spins zeigen also beide in die Spinrichtung des Cobaltkerns.

Wu stellte experimentell fest, dass fast alle Elektronen entgegen der Spinrichtung der Kerne emittiert werden, und also auch entgegen ihrer eigenen Spinrichtung, dh Helizität -1 (bzw genauer $-v/c$) durch einen pseudoskalaren Term
 $\vec{e} \cdot \vec{p} = v/c \cos(\theta)$

nb: der axialvector ändert sein vorzeichen nicht unter parität (da er selber aus einem Kreuzprodukt von 2 Vektoren aufgebaut ist)

nb: für $v=0$ wird der PV Effekt klein, was Konsequenzen für mein Gitterbild hat

die antineutrinos gehen in richtung des kernspins, dh auch ihres eigenen Spins, sind also rechtshändig

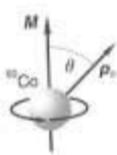


Figure: vor Paritätsoperation

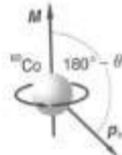


Figure: nach Paritätsoperation

Folgerung aus der Figur: Bei Paritätserhaltung dürfte also kein Term linear in $\cos(\theta)$ auftreten

Nb: Der Spinvektor M ändert sich unter Parität NICHT, da er ein Axialvektor ist.

Chiralität in Kristallen: der Keim eines linksdrehenden Kristalls lagert immer weiter linksdrehende Kristalle an (so könnte das kosmische Gitter entstanden sein)
Experimente optische Aktivität:

optische Aktivität: hier wird die Polarisation des Lichtes durch eine chirale Konfiguration gedreht. Die chirale Konfiguration selbst bleibt unangetastet. Das Licht läuft in eine Helix. Atoms are *coupled* in such a way that an oscillating current moves along the helix chain, which produces an oscillating magnetic field H, das die Polarisation umdreht. (Effekt geht wohl wie p.e, wobei e der Polarisationsvektor des Photons ist? Hier setzt sich die ÄUSSERE Wendel in eine Änderung der Polarisation um, die eine ÄUSSERE Eigenschaft des Raumvektorfeldes Photon ist.)

Bei uns: qualitatives Bild: Wenn ein Elektron durch den Raum fliegt (statt stillzustehen mit Helizität 0), läuft es durch die verschiedenen inneren A4-Muster. Die sind so gekoppelt, dass sie nur dem eL, nicht aber dem eR den Übergang zum Neutrino erlauben. **Warum man Helizität braucht: Genau wie bewegte Ladungen ein Magnetfeld erzeugen, nicht aber ruhende. Es muss Bewegung durch den Raum sein (das Teilchen darf nicht ruhen)**, also Pin muss die Kopplung 2er benachbarter Moleküle im Raum entsprechen??? (oder eine Ableitung in der Wechselwirkung) A4 macht die Helix, aber Z2 macht das Durchlaufen durch die Helix über 2 benachbarten Raumpunkten. Aber dann wäre Z2 Teil des äußeren Raumes. Z2 sind aber die Moden, die eL und nuL unterscheiden. Man braucht auch 8 Atome, damit es A4 statt S4 wird. Es kann höchstens sein, dass die Projektion schief ist und der innere Würfel ragt schief in den äußeren Raum.

Z2 (und auch A4) ordnen sich immer so relativ zur Bewegungsrichtung an, dass bestimmte Wendeln durchlaufen werden und bestimmte Resonanzen verboten sind. Ist das alles in Vektorproduktansatz enthalten?

vibrations of opt active molecules involviert
magnetisches Moment = gyro mal spin

Sammlung möglicher PV-ursachen:

-ein asymmetrischer innerer Kristall/Molekül mit $A_4 \times Z_2$ wobei die Z_2 nicht die innere Parität sein sollte, da sonst keine optische Aktivität, sondern die Z_2 könnte für Brechung $S_4 \rightarrow A_4$ verantwortlich sein (aber wie kommt das nach außen? Innen und außen müssten sich Dimensionen teilen oder schiefe Projektion?)

-Spat-Vector-Product-WW (aus einer gemeinsamen urzeit von $3+3+1=7$) quadratisch-harmonisch geht nicht da Vektorproduktwechselwirkung gibt einen Vektor, kubisches Spatprodukt könnte auch das Problem mit Anharmonizität lösen, dass harmonisches Potenzial ein äquidistantes Energiespektrum liefert. Alternativ: Spatprodukt für kleine Auslenkungen nähern und das gerichtete Volumen als Ordnungsparameter für $S_4 \rightarrow A_4$ Brechung behalten

-nb: das Spatprodukt ist A_4 -symmetrisch, daher passt zum Spatproduktansatz ein A_4 -Gitter. Aber was ist zuerst da: die Gittersymmetrie oder die Spat-WW? Ordnungsparameter: Mittelwert des Spatproduktes ist null in der symmetrischen Phase (der Oh-Phase, besser S_4 -Phase). Das Spatprodukt bricht die S_4 -Symmetrie in der richtigen Richtung zu $2A_4$. Wirkliche physikalische Ursache für die Brechung ist wohl eine superstarke WW im Gitter zwischen gegenüberliegenden Punkten. Der Ordnungsparameter könnte zu einem Higgsfeld η Anlass geben. (\equiv spontane PV, aber auch Isospin-Brechung, da Isospin mit gerade $\leftarrow \rightarrow$ ungerade Perms korreliert ist) Man muss dazu den OP in Darstellungen entwickeln, und die Koeffizienten sind die Higgsfelder. Könnte dann auch W und Z Massen geben.

Nicht so gut: der innere Raum dreht sich über dem äußeren. Drehvibrationen sind aber schon verbraucht

A4 statt S4 deutet auf innere PV!!! Aber welche Rolle spielt das Z2: eine $1 \leftrightarrow 2$ Permutation der 8 Punkte, darf keine innere Spiegelung sein. Jedoch sollte diese Z2-Permutation (die übrigens zugleich die S4 zu A4 bricht und dadurch innere PV verursacht) etwas mit der räumlichen Parität zu tun haben. Andererseits darf diese Z2 nichts räumliches ist, da dann die ganze schwache WW räumliche Symmetrie wäre.

Im Gegensatz zur SU2L ist die Z2=Pin nicht gebrochen und sie gilt auch für Rechtshändige Fermionen, da $m(\nu) \neq m(l)$ mit A1, A2 zusammenpasst.

A4xZ2 könnte von einer ursprünglich $O_h = O_x Z2$ übrig sein. Dann wäre Z2 doch die innere Parität und im Gegensatz zur äußeren nicht gebrochen.

Idee: ein $6=3+3$ dim Raum, wobei die 3dim Unterräume jeweils mit einem S4-Gitter aus 4 Punkten vergittert sind (könnten ursprünglich aus einem 6dim Gesamtraum stammen, der von 8 Punkten gegittert wird). Problem: es können nicht alle 8 Punkte im selben 3d Unterraum liegen. Wie macht man das bei Quasikristallen???

Verworfenen Idee: Isospin als Drehung des 3dim inneren Raumes führt direkt zu SU2, aber erstens nimmt man damit 3 Schwingungsfreiheitsgrade weg, zweitens hat man noch lange keine äußere PV damit

A4 ohne Spiegelsymmetrie: dann gibt es 2 Arten innerer Räume, die unter $P = P_{au} * P_{in}$ ineinander hervorgehen???

ich hatte früher Z und W aus $Z2 \times Z2$ generiert, also reicht Z2 zum Studium der PV (man braucht das A4 nicht). Es gibt diese Z2-Richtung, dann gibt es den Wellenvektor des Fermions und dann die räumliche Drehung senkrecht dazu

Spat/Vektorprodukt: aus 4 Punkten im inneren Raum als Ordnungsparameter/Hamilton $v_1 * (v_2 \times v_3)$ hat A4-Symm aber nicht S4.

Symmetriebrechung $O_h \rightarrow A4 \times Z2$ (besser $S4 \rightarrow 2A4$) durch orientiertes Volumen als order parameter???

Achtung: Für einen Phasenübergang braucht man eine Variable wie die Temperatur oder eine Gitterkopplung. Hier könnte das auch eine Verschiebung des Gitters sein. (Achtung: Die Z2 sollte nicht die (innere) Parität sein, da es sonst keine optische Aktivität des Moleküls geben kann. Es stammt aber in 205 die Z2 aus einer Deformation der diagonal gegenüberliegenden Atome.)

ich hatte nichtrel Grenzfall von $L^*L=V-A$ schonmal
ausgeixt. Dann weiß man wie G1 und RL
korrepondieren

Einzelne Fragepunkte:

- Kann Spin $\pm 1/2$ der Fermionen der Gesamttrotation des inneren Gitters über dem Basisraum entsprechen? Doch ich brauche leider die Komplettrrotations-schwingung als eine meiner Anregungen
- innere PV ins Äußere übermitteln, zum Beispiel indem er sich über dem äußeren dreht. Aber das ist nur dann vernünftig, wenn beide sich mindestens eine Dimension teilen und man die Dimensionen nicht unabhängig voneinander drehen kann.
- Wenn das Neutrino eine Masse hätte wie das Elektron, würde man vielleicht gar nicht so viel nachdenken. Man hätte V-A-Wechselwirkungen (so wie bei u und d) einschließlich rechtshändiger Neutrinomassenbeiträge und die W-Bosonen wären aber immer SU2L. Das nuR würde existieren, aber nicht wahrnehmbar sein. Entscheidend ist, dass es keine Übergänge $u_R \rightarrow d_R$ gibt, also keine Phononboundstates
- Es kommt darauf an, die PV als aus dem Innern = ungerade Permutationen zu verstehen
- Tatsächlich verstehe ich nicht wie es sein kann, dass ein Prozess mit einem linkshändigen Teilchen stattfindet, aber wenn ich einen Boost mache zu einem rechtshändigen findet er nicht mehr statt.
- **Der äußere Raum muss ein paritätsverletzendes Gitter sein, zumindest im Zusammenspiel mit der schwachen Z2.** (Wenn sich die Fermionen zu Photonen zusammenfinden gibt es aber keine PV) Ich könnte A4sp als äußere Gittersymmetrie verwenden mit $2G+2G'+2G''$, wobei G die beiden Spinzustände $\pm 1/2$ enthält, jedoch sind die nicht paritätstransformiert wie $e_L \leftarrow P \rightarrow e_R$ Dazu muss man zur Gruppe $D_{\infty h}$ (für Paritätserhaltung hier hat man gerade und ungerade Darstellungen) und $C_{\infty v}$ (für Paritätsverletzung) und deren Spindarstellungen
- Das PV-Experiment ist nur der Hebel für die eigentliche PV, die im inneren Raum stattfindet.
-

ich will zeigen:

A4xZ2 statt Oh=OxPin ==> PV im Außenraum dh LL dh 1-gam5 mit gam5~pe.se **-aber nur für die Z2xZ2 Schwingungen**

es fehlen also die Drehungen um 90 Grad A4 alleine ist optisch aktives Kristall, mit A4xPin wahrscheinlich nicht da optisch aktiv nur wenn keine Spiegeltrafos.
ALSO DARF DIE Z2 NICHT DIE INNERE PARITÄT SEIN

zu zeigen: optisch aktiv im Innenraum ==> PV im Außenraum, aber nur für die Z2xZ2 Boundstates

vielleicht ist Z2 der Handle, mit dem man opt Aktivität zum sehen kriegt

Betrachte die beiden Phononen A1g=neutrino und A1u=electron, sind Singlets bzgl A4. (Gibt es bei Singlets überhaupt optische Aktivität?)

Es gibt n und e in der Form links- und rechtsdrehend im Außenraum

angenommen, mit der äußeren Drehung geht immer auch eine innere einher (unwahrscheinlich), die sich den Phononen überlagert. Unter den 12 Schwingungen von A4 gibt es 3, die den Rotationen entsprechen. die werden noch am ehesten beeinflusst, aber sind eine T-Darstellung. Außerdem tritts nur bei den Boundstates Z2xZ2 auf nur beim g*u und manchen uu und gg Teilen diese Funktionen haben natürlich immer einen A4 Anteil die Z2-Achse wird anscheinend gebraucht, um die opt Aktivität sichtbar zu machen, da man im inneren Raum keinen Impuls/Drehimpuls hat

vielleicht doch alles im diskreten Isospinraum?
ein A4 Gitter im Isospinraum. A4 ist optisch aktives geht bei der PV um WW zwischen isospin-u und isospin-d, 2 SPINRICHTUNGEN IM ISOSPINRAUM (entspricht 2 A4 Untergittern? die gegeneinander fluktuieren) während gluon und photon mit demselben isospin operieren **aber wie kann das Auswirkungen auf das Trafoverhalten im realen Raum haben?**

Thema Mischung von internen und äußeren Dimensionen

8 schwingende Punkte. 4 davon spannen den inneren 3d auf. Die nächsten 4 können aus ihm herausragen, in den äußeren 3d Raum. Auch sie schwingen mit nach innen, aber zugleich bilden sie das Gerüst des äußeren Gitters.

ich sollte ohne annahme eines 7dvec prod gucken, wohin mich **Mischung von Dimensionen** führt. Man hat dann äußeres p.s und innere A4-Wendel-Spat, die durch die Mischung ineinandergreifen, so das das a4-wendel-spat die äußere pv induzieen kann

Vertiefung 7dim Spatprodukt

SO(3): θ about k-axis: $\exp(k\theta)x$

SO(7): $\exp(k\theta)$ rotates 3 planes perpend to k. Need Flips.

'Planes of Rotation': man hat in 4 und 5d 2 solche Ebenen und in 6 und 7d 3 solche Ebenen, deren Rotationen die Gesamtrotation festlegen. (ZB in 5dim kann man Drehungen immer als $(U_2, U_2, 1)$ schreiben

7dim Spat als Ordnungsparameter oder als Wechselwirkung für die Schwingungsmoden?

Streuung von Schwingungsmoden mit 7dim vec prod: welche exp Effekte gäbe es?

gegeben $e_1 \times e_2 = e_4$ gibt es auch andere Ebenen als die von e_1 und e_2 aufgespannte, die senkrecht auf e_4 stehen: klar

in dem 6d Raum stehen auch die Drehrichtung der Wendel und die Wendelrichtung senkrecht auf p , dh zu $e_1 \times e_2 = e_3 = p_{\text{vec}}$ tritt $e_4 \times e_5 = e_3$, aber trotzdem definiert eine Wendel mit e_6 (anderes Kreuzprodukt) entscheidend ist dann die Projektion der Wendel auf die 45-Ebene (die Drehebene der Wendel)

$$I * J - J * I = 2K$$

$$L * IJ - IJ * L = 2K$$

sind aber 2 Kreuzprodukte, die $K = p_{\text{vec}}$ ergeben; und auch in der wikiarbeit zu 7dim Kreuzprodukten geht $e_1 \times e_2 = e_3 = e_4 \times e_5$

$$IL * JL - JL * IL = 2K \text{ ebenso}$$

Tatsächlich tritt im 7d Kreuzprodukt jedes e (zB e_3) dreimal auf der rechten Seite auf, aber da bei uns eines die Zeit ist, die wir 0 (etwa IJL) setzen,

doch nur 2 mal.

L ist dann die Richtung der Wendel

$K * (I * J - J * I)$ entspricht p_{sa} (Vorzeichen ist die äußere Händigkeit)

$K * (IL * JL - JL * IL)$ entspricht p_{si} (für innere Händigkeit)

$L * (IL * JL - JL * IL)$ ist die Händigkeit der inneren Wendel letzteres ist ein Vektor in Zeitrichtung IJL

Alternative?

$K * (I * J - J * J)$ ist die räumliche Wendel

passend dazu eine innere Wendel gibt es aber nicht, die nur mit inneren Koordinaten auskommt:

$$? * (IL * JL - JL * IL)$$

$$? * (IL * IJL - IJL * IL)$$

in jedem Fall ist ein Faktor L zuviel

stimmt: das ist auch beim 7er Kreuzprodukt so

Die Vorzeichen von $K * (I * J - J * I) = -1$ und

$K * (IL * JL - JL * IL) = +1$ sind durch Oktonionprodukt

korreliert.

Frage: Gibt es 2 Oktoniondefs,
wo $K*(IL*JL-JL*IL)=+-1$
ist wohl eher wie bei Quats:
ihre normale Def $IJ=K$ ist für ein
rechtssystem

Kreuzprodukt ist ein 7dim Vektor,
aber wir brauchen für p.s keine Zeitkomponente 0
0123456

wenn p in Richtung $1=x=E$ zeigt,
ist das Spatprodukt $1*(23+45+60)$

Kann man $60=0$ setzen, weil r und p in rxp keine 0
komponente haben?

p.(sa+si), wobei die Richtung des inneren Drehimpulses
nicht festgelegt ist (eine bel Drehung in einem 3d-raum
statt wie bei sa=12 in der Ebene)

$(p.sa)**2=\cos**2$ (Teil des P-erhaltenden $1+\cos**2$)

Wie entsteht der?

$(p.si)**2=\cos**2$?

PV plus the 3 dimensions of inner symmetry
could be an indication that somehow
everything takes place in physical space

$(p.sa+p.si)**2=p.sa**2 + p.si**2 + 2p.sa*p.si$

but nb: $\epsilon_{ijk}r_i*p_j * \epsilon_{ilm}r_l*r_m$ führt nur zu $si.sa$

HÄNGT QUAT DEFINITION VON R ODER L
SYSTEM AB?

statt ij kann man ji als k definieren (also -k statt k)

Es ergibt sich mit i,j und -ij tatsächlich ein Linkssystem,
wenn man vorher ein Rechtssystem hatte

aber das ist was anderes als die imaginären

Komponenten mal

i zu nehmen, wie bei Parität getan werden muss

paulimatr rechtssystem (paulimat definieren auch keine
pv)

quat und rechtssystem:

quaternions und cross product:

For instance, the above given cross product relations
among i, j, and k

agree with the multiplicative relations among the
quaternions i, j, and

k. In general, if a vector (a_1,a_2,a_3) is represented as the
quaternion

$a_1i + a_2j + a_3k$, the cross product of two vectors can be
obtained by

taking their product as quaternions and deleting the real
part of the

result. The real part will be the negative of the dot
product of the two

vectors.

$$(a_1i + a_2j + a_3k)(b_1i + b_2j + b_3k) = (a_1b_2 - a_2b_1)ij = k + \dots$$

Alternatively and more straightforwardly, using the above identification

of the 'purely imaginary' quaternions with i, j, k , the cross product may be

thought of as half of the commutator of two quaternions.

$$[(a_1i + a_2j + a_3k), (b_1i + b_2j + b_3k)] = (a_1b_2 - a_2b_1)ij = k - (b_1a_2 - b_2a_1)k + \dots$$

Wenn man Rechts- in Linkssystem ändert:

alle Vektorkomponenten wechseln Vorzeichen, aber das Quat-Produkt und das Kreuzprodukt bleiben gleich

der PV-Term p.s im Lichte des 7dim Kreuzproduktes:

Interessanter als ein ruhendes Elektron ist für die schwache PV ein in z-Richtung mit

Lichtgeschwindigkeit bewegtes $p = (0, 0, 0, 0, 0, E, iE)$

Die Zeitdimension ist für Helizitätsbetrachtungen irrelevant und wenn man alles senkrecht zur Richtung von p stattfinden lässt, bleiben effektiv Rotationen in 5 Dimensionen (von denen 2 die räumliche Ebene senkrecht zu p ist). In 5d gibt es nur 2 'planes of rotation'. Jede solche Ebene wird normalerweise durch einen Bivektor (von 2 Vektoren, die auf ihr liegen) festgelegt. Diese Ebenen seien 12 und 34. Durch das 7dim Vektorprodukt (bzw def der octonion -Mult) $p \cdot (qxr) = E \cdot (12 + 34 + 56) + iE \cdot (12 + 34 + 57)$ wird aber eine gewisse Kombination der beiden Drehungen erzwungen. Dh wenn man mit einer bestimmten Isospin-Rotation (34) startet, ist diese mit einer Spinrotation (12) festgelegten Vorzeichens verknüpft.

Das Folgende geht leider nicht, da wir in 4 inneren Dimensionen 4N statt 3N Schwingungen haben

Wenn wir annehmen an, dass die Zeit eine 8. Achse ist und deshalb ist der innere Raum 4dimensional und hat Platz für 2 A4-Konglomerate entsprechend

$SO_4 = SU_2 \times SU_2$, die durch eine Z_2 verknüpft sind

$$\rightarrow p \cdot (qxr) = p_x \cdot (23 + 45 + 67) \text{ mit } ij = q_i \cdot r_j - q_j \cdot r_i$$

denn es wird nur 1 Term des 7dim Kreuzproduktes aufgepickt.

zum Vergleich 3D: $p_x \cdot 23$ ergibt sich aus der Determinante, wenn Impuls in x-Richtung geht.

→ In 7d treten also 2 weitere Terme auf, dh auch die 45 und die 67 Ebene werden mitgedreht.

→ Diese gemeinsame Drehung geht von der Zahl der möglichen Rotationsschwingungen ab und verhindert, dass es 3? rechtshändige Neutrinos gibt.

Genauer: Rotschwingung $45 + 67 = e$, $45 - 67 = \nu$, jeweils mit $+23$ und -23 Rotationen gibt L und R (Achtung: experimentell gibt es Neutrinomixing!!!)

Thema opt Aktivität bei Molekülen:

hier setzt sich die ÄUSSERE Wendel in eine Änderung der Polarisation um, die eine ÄUSSERE Eigenschaft des Vektorfeldes Photon ist.

Allerdings leben die Polarisationsvektoren formal in einem anderen 3d Vektorraum als die Geometrie des Moleküls:

Wendel u(vxw) des Moleküls \rightarrow p.e mit Polarisvek e

Wendel u(vxw) des inneren A4xZ2-Moleküls \rightarrow p.s der schwachen WW bzw p.(s23+s45+s67) bei 7d Vecprod

raumartige Vektoren $v_7=0$ (geht nur für ruhende, [gilt nicht für Helizität](#))

zerfällt 6+1 dim Spatprodukt in 2 3dim Spatprodukte?

$$(24 + 56)*1$$

+

$$(35 + 41)*2$$

+

$$(46 + 52)*3$$

+

$$(63 + 12)*4$$

+

$$(61 + 23)*5$$

+

$$(15 + 34)*6$$

$$13\ 25\ 46\ *7 \rightarrow 0$$

zum Vergleich: 3d: $23*1 + 13*2 + 12*3$

es stecken in obigem also 4 3d-Skatprodukte drin, nämlich 124, 156, 235 und 346. Wählt man 346 als inneren Raum, so hat man dafür ein inneres Spatprodukt 346 okay. Die übrigen 3 Spatprodukte verbinden aber alle den inneren und den äußeren Raum: 124, 156, 235, dh wenn sich mein Teilchen in einer äußeren Ebene zb 12 dreht, bekommt es ein inneres Schraubenelement.

(Wenn man umgekehrt 124 als äußere Dimensionen genommen hätte, gäbe es kein Spatprodukt für die inneren 356 – geht also nicht – aber ich brauche für die äußeren wegen $\text{vec}(p)*\text{vec}(s)$ auch ein Spatprodukt, oder?)

Die Auszeichnung der 3 Dims des inneren Raumes könnte durch die 3 Vektoren S1 (S2 x S3) erfolgen. 3 solche Vektoren liegen über jedem Tetraeder=Punkt des 7dim Gesamtraumes und spannen 3dim Unterraum auf. Die Si werden von einem Oktonionfeld gebildet, das über dem Tetraeder definiert wird. ABER: wieso sollten die Si dem Tetraeder die Entscheidung abnehmen, was innen und was aussen ist? Weil sie durch das 3er Spatprodukt zusammengehören.

Würfel in 6dim hat $6^4=8 \times 8$ Ecken. Über jedem 3d-Punkt liegt ein 3dim innerer Würfel mit 8 Ecken denn $6 \rightarrow 3+3$ macht bei senkrechter Projektion einen Würfel in 3d und über jeder Ecke hängt wieder ein 3d Würfel mit 8 inneren Ecken

Beweis: Würfel --> Quadrat dh 2 übereinander liegende Quadrate

x(000)	00	über jeder Ecke liegen 2 Punkte zb 00 und 00
(100)	10	dh über jeder Ecke liegt ein 1dim Würfel
(010)	01	
(001)	00	
(111)	11	
x(011)	01	
x(101)	10	
x(110)	11	

x sind die Tetraederpunkte: führen nur zur Hälfte innerer Punkte, also bei $6 \rightarrow 3+3$ hat man nur $3 \times 4=12$ Schwingungen, aber S_4 als Symmgruppe

Würfel --> Linie dh über jeder der beiden Ecken 0 und 1

(000)	0	liegen 4 Punkte (=inneres Quadrat)
(100)	1	
(010)	0	
(001)	0	
(111)	1	
(011)	0	
(101)	1	
(110)	1	

6dim Würfel --> 3dim Würfel

000000	000
100000	
010000	
001000	
000100	
000010	
000001	

Die Nullecke und die 6 Einheitsvektoren

Grunddogma: schwache Isospintrafos \leftrightarrow ungerade Perms (Spiegelung) im Innenraum

Parität \leftrightarrow ungerade Perms (Spiegelung) im Außenraum

Die WW sollte bei ungerader Permutation in Innen+Außen ihr Vorzeichen wechseln \leftrightarrow also bei Permutation der Gitterpunkte a, b, c, d, auf denen die Felder oder Spinvektoren sitzen.

Weil schwacher Isospintransformation im tetron modell ungeraden Permutationen entspricht, entsteht PV durch eine WW mit Spatprodukt, oder wenn man den Tetraeder durch die 4 Einheitsachsen im 4dim Raum definiert aus

$H = \epsilon_{ijkl} e_i e_j e_k e_l$. Beide Ausdrücke haben

Vorzeichenwechsel bei ungeraden Permutationen! N.B.: da das Spatprodukt als ein Volumen kontinuierlich SO_3 -invariant ist, ist der 4er epsilon-Tensor vielleicht zu bevorzugen!?

Spatprodukt oder eps Term sorgt dafür, dass die S_4 -Zustände negativ gewichtet sind, wenn man eine ungerade Perm des Basistetraeders vornimmt (was aber äquivalent einer Permutation der 4 inneren Vektoren ist, die einen Tetraeder im inneren Gitter definieren. Die ungerade Permutation ist zugleich eine Reflexion=Paritytrafo im inneren wie im äußeren Gitter. Zudem entspricht sie einer Kombination von geradem und ungeradem Fermion ($g^*u=u$), also einem schwachen Boson, das deren Transformation vermittelt) Sicher wäre es schön, inneres und äußeres Gitter zu vereinigen (mit nur 1 Gitterkonstante) man hätte dann eine 6+1 dimensionale Physik.

Fakten zum Spatprodukt:

Das Volumen ist gegeben durch den Betrag des

Spatproduktes: $|(s_1-s_0) \cdot [(s_2-s_0) \times (s_3-s_0)]|$

Dieser Betrag ist S_4 -symmetrisch, während es ohne Betrag eine A_2 -Darstellung von S_4 ist. (habe ich bewiesen Nb: der Betrag $|f_{12}-f_{21}|$ ist eine A_1 -Darstellung, denn unter $1 \leftrightarrow 2$ ist er invariant).

Tatsächlich ist bekannt, dass das Spatprodukt in einem 3dim Raum ein Pseudoskalar ist, also bei Spiegelungen mit Vorzeichen reagiert. Spiegelungen sind beim Tetraeder die ungeraden Permutationen, also schwacher Isospin!!!, und dies könnte die Ursache der Paritätsverletzung sein (Achtung, wir reden beim Tetraeder über Spiegelungen in einem inneren Raum), nämlich dass durch das Vorzeichen der Kopplung die VBL gegenüber den VBR-Bosonen bevorzugt werden. (Bei Fermionen müssen f_L und f_R natürlich gleiche Massen haben). Die beobachtete Paritätsverletzung betrifft

Spiegelungen im realen Raum, und **diese beiden Arten von Spiegelungen sind bei dem Okktionion Spatprodukt** korreliert!

Bemerkungen zum Thema PV:

Erlaubt sind ZUSTÄNDE u_R , d_R und so weiter.

Verboten (oder zumindest anders als $u_L \leftrightarrow d_L$) sind Übergänge $u_R \leftrightarrow d_R$ (also bei den räumlich rechtshändigen die S_4 -ungeraden)

der Charakter solcher Übergänge ist immer linkshändig

Diese Übergänge sind Teil des VB-Multipletts und nicht der Fermionen.

Gesamtheit der 48 L- und R-Fermionen durch Einschluss der äußeren Parität in die innere S_4 .

Problem: Das Spatprodukt= $\epsilon_{abc}f_i(a)f_i(b)f_i(c)$ ist inner- SO_3 -invariant, da es das Volumen eines Tetraeders ist, den man beliebig drehen kann. Als inner- SO_3 invariant erwartet man nicht nur inner- S_4 -Zustände, sondern inner- SO_3 Zustände. Allgemein scheint es so zu sein, dass man ein Spektrum einer diskreten Gruppe nur bekommt, wenn man den (inneren) Raum diskret macht.

